Signale und Systeme I - Zusammenfassung

Christian Hesse
Christian.Hesse@inka.de

27. Mai 2001

Hinweis: Dieses Dokument erhebt keinen Anspruch auf Richtig- und Vollständigkeit. Ich habe die Zusammenstellung nach bestem Wissen und Gewissen vorgenommen und mehrfach Fehler daraus beseitigt. Dennoch gebe ich keine Garantie auf den Inhalt. Die Zusammenstellung wurde auf Grund von Übungsblättern und der Klausur, sowie der laufenden Vorlesungen erstellt und erweitert. Fehler (sowohl sachlich-inhaltliche, als auch Rechtschreib- und Formfehler) bitte kurz an mich mailen.

Es wird ausdrücklich darauf hingewiesen, daß das hier vorliegende Dokument so wertlos wie ein vier Wochen altes Zeitungsblatt ist, wenn man nicht auch schon vor der Klausur mit dem Inhalt gearbeitet hat.

Grundlegend vorrausgesetzt werden - ebenso wie in Vorlesung und Klausur - Kenntnisse in

- Exponentialrechnung,
- Bruchrechnung,
- Integralrechnung,
- Differentialrechnung,
- komplexes Zahlen.

Als Hilfsmittel werden - wie auch zur Klausur zugelassen:

- Formelsammlung mit Integraltabellen (Lothar Papula - Mathematische Formelsammlung; 3-528-54442-2)
- Laplace-Transformationstabelle.

0.1 Aufstellen von Differentialgleichungen

- Zum Aufstellen von Differentialgleichungen aus einem gegebenen Schaltbild werden Maschen- und Knotenregeln aufgestellt. In diese werden folgende Gleichungen eingesetzt:

$$\begin{aligned} u_R(t) &= R \cdot i(t) \\ u_L(t) &= L \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot \dot{i} \\ u_C(t) &= \frac{1}{C} \cdot \int i \, dt \end{aligned}$$

- Zur Beseitigung der unbekannten Variablen (gegeben und gesucht sind nur die, die in der Aufgabe eingezeichnet sind) werden die Gleichungen geschickt umgeformt (u.a. auch ableiten der Gleichung) und ineinander eingesetzt.

  Beachte:

$$\begin{aligned} \text{Erste Ableitung von u(t): } \frac{du}{dt} &= \dot{u}(t) \\ \text{Zweite Ableitung von u(t): } \frac{d^2u}{dt^2} &= \ddot{u}(t) \\ \text{Erste Ableitung von i(t): } \frac{di}{dt} &= \dot{i}(t) \\ \text{Zweite Ableitung von i(t): } \frac{d^2i}{dt^2} &= \ddot{i}(t) \end{aligned}$$

- Zuletzt wird die Gleichung - soweit noch Integrale existieren abgeleitet und nach i(t) und u(t) sortiert, d.h. auf der einen Seite der Gleichung sind alle Summanden, die i(t) enthalten und auf der andere Seite die, die u(t) enthalten.

0.2 Bestimmung von Schaltungsreaktionen

- Erstelle ein geeignetes Ersatzschaltbild mit den komplexen Widerständen Z_i, sowie den Zeigern von Spannung und Strom U_j, I_k und zeichne das Ersatzschaltbild.

  Bei der Rücksubstitution sind hier für:

$$\begin{aligned} \text{Ohm'scher Widerstand R: } Z_R &= R \\ \text{Kondensator C: } \underline{Z}_C &= \frac{1}{j\omega C} \\ \text{Spule L: } \underline{Z}_L &= j\omega L \end{aligned}$$

- Vereinfache Reihen- und Parallel-Schaltungen - soweit möglich - zu einem Gesamtwiderstand $\underline{Z}_g$.
  Beachte: Benutze beim Errechnen von I(p) bei parallelen Widerständen die Form

$\frac{1}{\underline{Z}_g} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3} + \frac{1}{\underline{Z}_4} + \ldots$ ohne einen gemeinsamen Nenner zu suchen! Die Laplace-Rücktransformation ist dann erheblich einfacher.

$$\begin{aligned}
\text{Reihenschaltung: } \underline{Z}_g &= \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \ldots \\
\text{Parallelschaltung: } \frac{1}{\underline{Z}_g} &= \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3} + \frac{1}{\underline{Z}_4} + \ldots \\
\text{2 Widerstände parallel: } \underline{Z}_g &= \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \\
\text{3 Widerstände parallel: } \underline{Z}_g &= \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 + \underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_3 + \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3} \\
\text{4 Widerstände parallel: } \underline{Z}_g &= \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3 \cdot \underline{Z}_4}{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3 + \underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_4 + \underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_3 \cdot \underline{Z}_4 + \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3 \cdot \underline{Z}_4}
\end{aligned}$$

- Rücksubstituiere die komplexen Widerstände $\underline{Z}_i$.
- Wenn für R_i, C_j und L_k jeweils **ein** einfacher Anfangswert gegeben ist, setze diese ein uns vereinfache Z_g damit. Evtl. vorhandene Anfangswerte für ω dürfen - ebenso wie das j - **nicht** eingesetzt werden. Wenn **mehrere** Anfangswerte für jedes Bauteil vorliegen, werden diese erst **am Ende** eingesetzt.
- Errechne - soweit gefordert - den Komplexen Schaltungsleitwert $\underline{Y}(j \cdot \omega) = \frac{1}{\underline{Z}_g(j \cdot \omega)}$
- Stelle einen Formelzusammenhang der Laplace-Transformierten Spannungen und Ströme nach dem Ohm'schen Gesetzt auf:

$$\begin{aligned}
u(t) &= \underline{Z}_g(j \cdot \omega) \cdot i(t) \\
\text{Substitution: } p &= j \cdot \omega \\
\mathcal{L}\{u(t)\} &= Z_g(p) \cdot \mathcal{L}\{i(t)\} \\
\Longrightarrow u(p) &= Z_g(p) \cdot i(p)
\end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned}
i(t) &= \frac{u(t)}{\underline{Z}_g(j \cdot \omega)} \\
\text{Substitution: } p &= j \cdot \omega \\
\mathcal{L}\{i(t)\} &= \frac{\mathcal{L}\{u(t)\}}{Z_g(p)} \\
\Longrightarrow i(p) &= \frac{u(p)}{Z_g(p)} \\
i(p) &= u(p) \cdot \frac{1}{Z_g(p)}
\end{aligned}$$

- Ermittle die gegebene Eingangsspannung, bzw. den gegebenen Eingangsstrom. Beachte, daß nur eine dieser Größen gegeben ist. Sie ist entweder in Funktionsform, in Graphenform oder als Text angegeben. Eine Gleichspannung ist als

$u(t) = U_0 \cdot 1$ darzustellen, wobei hier die 1 transformiert werden muß. (Analog beim Strom) Transformiere die Gleichung nach der Laplace Transformationstabelle. **Beachte** Wenn nicht explizit erwähnt, werden die Einheiten weder beachtet, noch im Formelzusammenhang mitgeführt.

- Setze den Anfangswert für U_0 bzw. I_0 ein, soweit nur **einer** vorhanden ist.
- Ersetze in $\underline{Z}_g$ alle $j\omega$ durch p ($p = j\omega$) und erhalte somit $Z_g(p)$
- Setze $u(p)$, bzw. $i(p)$ und $Z_g(p)$ in das oben genannte, passend umgestellte, Ohm'sche Gesetz ein.
- Es dürfen hierin jetzt keine ω und t mehr vorkommen - höchstens ω_0. In einer Laplace-Transformierten ist alles Konstant, was nicht p (OHNE Index) ist. p_i sind Konstanten!
- Klammere Konstanten aus und vereinfache, soweit möglich.
- Bringe die Funktion durch geschicktes Erweitern/Kürzen, sowie auseinanderziehen von Brüchen in eine Form, in der sich große Konstante Faktoren vor p's, bzw. vollständige konstante Summanden durch ein p_1 - selten auch ein p_2 - substituieren lassen.
- Ziel ist es, die Gleichung in eine Summe von Laplacetransformationen zu zerlegen, welche einen konstanten Vorfaktor enthalten dürfen.

$$u(p) = K_1 \cdot \mathcal{L}_1 + K_2 \cdot \mathcal{L}_2 + \dots$$

  analog bei i(p).

- Rücksubstituieren der p_i
- Vereinfachen der Funktion.
- Einsetzen der Anfangswerte für ω soweit vorhanden. Wenn mehrere Anfangswerte für jede Größe (C, L, R, U bzw. I) vorhanden sind, werden auch diese Anfangswerte erst hier eingesetzt!

0.3 Periodische Signale

0.3.1 Symetrieeigenschaften

- Das Signal ist gerade Symetrisch, wenn es an der u(t)-Achse gespiegelt ist.
- Das Signal ist ungerade Symetrisch, wenn es um den Ursprung um 180^0 gedreht ist.

0.3.2 Grundfrequenz

Bestimme die Schwingungsdauer: Lies die Zeitdifferenz zwischen den Mitten zweier sich wederholenden Schwingungsstücken ab. Dies ist die Schwingungsdauer T. **Beachte** beim Auslesen aus einem Graphen die **Einheiten der Achsen** und verwandle sie gegebenenfalls laut Tabellen in Kapitel 0.6.2 zurück auf die Grundeinheiten. (Bsp: kg => 10^3g) Wandle nach dem Errechnen der Grundfrequenz die Einheit wieder zurück.

$$f_0 = \frac{1}{T}$$

$$\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_0 = \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

0.3.3 Mathematische Fassung von u(t)

- Betrachte nur die halbe Schwingungsdauer $\frac{T}{2}$.
- Stelle mathematische Funktionen für die Teilstücke auf. Siehe hierzu Kapitel 0.6.1. **Beachte** Soweit nicht explizit erwähnt, sind die Einheiten nur für die Bestimmung der Grundfrequenz von Belang. Es werden in den Rechnungen keinerlei Einheiten mitgeführt.

Aufstellen der Mathematischen Fassung der Schwingung:

$$u(t) = \begin{cases} \text{Funktion 1} & : \quad t_1 \leq t \leq t_2 \\ \text{Funktion 2} & : \quad t_2 \leq t \leq t_3 \\ \text{Funktion 3} & : \quad t_3 \leq t \leq t_4 \end{cases}$$

0.3.4 Gleichspannungsanteil

- Der Gleichanteil einer ungerad-Symetrischen Schwingung ist 0. Bei einer gerad-symmetrischen Schwingung errechnet er sich wie folgt:

$$a_0 = \frac{2}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} u(t)\, dt$$

Im speziellen Fall:

$$a_0 = \frac{2}{T} \cdot \left(\int_{t_1}^{t_2} \text{Funktion 1 } dt + \int_{t_2}^{t_3} \text{Funktion 2 } dt + \int_{t_3}^{t_4} \text{Funktion 3 } dt \right)$$

- Die Funktionen werden - wie eben gesehen - aus der mathematischen Beschreibung der Schwingung entnommen - ebenso wie die zugehörigen Grenzen.
- Integriere und Errechne diese Gleichung.

0.3.5 Fourier-Koeffizienten

- Das ν gibt die Nummer des Fourier-Koeffizienten an. Dabei muß zwischen gerad- und ungerad-Symmetrischen Funktionen unterschieden werden:
- gerad-Symmetrische Schwingungen:

$$a_\nu = \frac{4}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} u(t) \cdot \cos(\nu \cdot \omega_0 \cdot t)\, dt$$

Im speziellen Fall:

$$\begin{aligned} a_\nu = \frac{4}{T} \cdot (& \int_{t_1}^{t_2} \text{ Funktion 1 } \cdot \cos(\nu \cdot \omega_0 \cdot t)\, dt \\ + & \int_{t_2}^{t_3} \text{ Funktion 2 } \cdot \cos(\nu \cdot \omega_0 \cdot t)\, dt \\ + & \int_{t_3}^{t_4} \text{ Funktion 3 } \cdot \cos(\nu \cdot \omega_0 \cdot t)\, dt) \end{aligned}$$

- ungerad-Symmetrische Schwingung:

$$b_\nu = \frac{4}{T} \cdot \int_0^{\frac{T}{2}} u(t) \cdot \sin(\nu \cdot \omega_0 \cdot t)\, dt$$

Im speziellen Fall:

$$\begin{aligned} b_\nu = \frac{4}{T} \cdot (& \int_{t_1}^{t_2} \text{ Funktion 1 } \cdot \sin(\nu \cdot \omega_0 \cdot t)\, dt \\ + & \int_{t_2}^{t_3} \text{ Funktion 2 } \cdot \sin(\nu \cdot \omega_0 \cdot t)\, dt \\ + & \int_{t_3}^{t_4} \text{ Funktion 3 } \cdot \sin(\nu \cdot \omega_0 \cdot t)\, dt) \end{aligned}$$

Das ω_0 sind aus der Grundfrequenzberechnung bekannt. Die Funktionen aus der Mathematischen Fassung der Schwingung und das ν gibt an, um den wievielten Fourier-Koeffizienten es sich handelt.
Beachte: Wenn nur ein Fourier-Koeffizient gesucht ist, setze für ν direkt die Zahl ein. Wenn mehrere gefragt sind, errechne erst die allgemeine Gleichung und setze danach die ν ein.

- Integriere und Errechne diese Gleichung.

0.4 Gewichtsfunktion/Stoßantwort

0.4.1 Gegeben ist ein Amplitudengang $F(\omega)$ in Form einer Zeichnung.

- Erstelle die mathematische Fassung des Amplitudengangs $F(\omega)$:

$$F(\omega) = \begin{cases} \text{Funktion 1} & : \omega_1 \leq \omega \leq \omega_2 \\ \text{Funktion 2} & : \omega_2 \leq \omega \leq \omega_3 \\ \text{Funktion 3} & : \omega_3 \leq \omega \leq \omega_g \\ 0 & : \mathit{sonst} \end{cases}$$

  Beachte, daß die Funktionen oft Konstanten sein werden.

$$\mathit{Geraden}: F(\omega) = m \cdot \omega + b$$

$$m = \frac{F(\omega_1) - F(\omega_2)}{\omega_1 - \omega_2}$$

$$b = \frac{F(\omega_2) \cdot \omega_1 - F(\omega_1) \cdot \omega_2}{\omega_2 - \omega_1}$$

$$\text{Konstanten: } F(\omega) = F_0 \, (F_0 \text{ ist eine Konstante})$$

$$\text{Parabeln n-ter Ordnung: } F(\omega) = m \cdot (\omega - a)^n + b$$

  Scheitelpunkt der Parabel (a, b) als a und b einsetzen. Der Scheitelpunkt ist bei Parabeln mit Geradzahligem Exponenten der Hoch-, bzw. Tiefpunkt und mit Ungeradzahligem Exponenten der Wendepunkt.

$$m = \frac{F(\omega) - b}{(\omega - a)^n}$$

  Weiteren Punkt der Parabel als $(\omega, F(\omega))$ einsetzen.

- $b(\omega)$ ist 0, wenn der Impuls auf der ω-Achse bei 0 beginnt. Alternativ kann $b(\omega)$ auch in Form einer Zeichnung vorhanden sein, in der $-b(\omega)$ über ω abgetragen ist. Die entsprechende Formel lautet dann für Geraden $-b(\omega) = m \cdot \omega + b$ und für Parabeln n-ter Ordnung $-b(\omega) = m \cdot (\omega - a)^n + b$. Ermittlung von a, b und m wie oben. Beachte das negative Vorzeichen von $b(\omega)$!

  Allgemein:

$$g(t) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) \cdot \cos(\omega \cdot t + b(\omega))\, d\omega$$

Im speziellen Fall:

$$\begin{aligned} g(t) = \frac{1}{\pi} \cdot (& \int_{-\infty}^{\omega_1} 0 \cdot \cos(\omega \cdot t + b(\omega))\, d\omega \\ + & \int_{\omega_1}^{\omega_2} \text{Funktion 1} \cdot \cos(\omega \cdot t + b(\omega))\, d\omega \\ + & \int_{\omega_2}^{\omega_3} \text{Funktion 2} \cdot \cos(\omega \cdot t + b(\omega))\, d\omega \\ + & \int_{\omega_3}^{\omega_g} \text{Funktion 3} \cdot \cos(\omega \cdot t + b(\omega))\, d\omega \\ + & \int_{\omega_g}^{+\infty} 0 \cdot \cos(\omega \cdot t + b(\omega))\, d\omega) \end{aligned}$$

- Integriere und vereinfache.

0.4.2 Gegeben ist die Systemzeitfunktion eines Übertragungskanals g(t) in Form einer Zeichnung.

- Erstelle die mathematische Fassung der Systemzeitfunktion g(t):

$$g(t) = \begin{cases} \text{Funktion 1} & : \; t_1 \leq t \leq t_2 \\ \text{Funktion 2} & : \; t_2 \leq t \leq t_3 \\ \text{Funktion 3} & : \; t_3 \leq t \leq t_g \\ 0 & : \; sonst \end{cases}$$

  Beachte, daß die Funktionen oft Konstanten oder Geraden sein werden. Siehe Kapitel 0.6.1

- Berechne die Systemzeitfunktion $F(j\omega)$:

  Allgemein:

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) \cdot e^{-j \cdot \omega \cdot t}\, dt$$

  Im speziellen Fall:

$$
\begin{aligned}
F(j\omega) &= \int_{t_1}^{t_2} \text{Funktion 1 } \cdot e^{-j\cdot\omega\cdot t}\, dt \\
&+ \int_{t_2}^{t_3} \text{Funktion 2 } \cdot e^{-j\cdot\omega\cdot t}\, dt \\
&+ \int_{t_3}^{t_g} \text{Funktion 3 } \cdot e^{-j\cdot\omega\cdot t}\, dt
\end{aligned}
$$

- Integriere und vereinfache.
- Löse $e^{-j\cdot\omega\cdot t}$ durch $e^{j\cdot\varphi} = \cos(\varphi) + j\cdot\sin(\varphi)$ zu $\cos(-\omega\cdot t) + j\cdot\sin(-\omega\cdot t)$ auf.
- Trenne reele und imaginäre Summanden.

0.4.3 Errechnen eines reellen Funktionswertes $F(\omega_1)$

- Errechnen des Betrages durch $|z| = \sqrt{a^2+b^2}$ bei $z = a + j\cdot b$
- Einsetzen der Größe ω_1.

0.5 Komplexes Amplitudenspektrum

- Stelle mathematische Funktionen für die Teilstücke auf. Siehe hierzu Kapitel 0.6.1. **Beachte** Soweit nicht explizit erwähnt, sind die Einheiten nur für die Bestimmung der Grundfrequenz von Belang. Es werden in den Rechnungen keinerlei Einheiten mitgeführt.

Aufstellen der Mathematischen Fassung des Spannungsverlaufes:

$$
u(t) = \begin{cases} \text{Funktion 1} & : \; t_1 \le t \le t_2 \\ \text{Funktion 2} & : \; t_3 \le t \le t_4 \\ \text{Funktion 3} & : \; t_5 \le t \le t_6 \\ 0 & : \; sonst \end{cases}
$$

- Errechnen des komplexen Amplitudenspektrums $\underline{S}(\omega)$:

$$
\underline{S}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(t)\cdot e^{-j\cdot\omega\cdot t}\, dt
$$

Im speziellen Fall:

$$
\underline{S}(\omega) = \int_{t_1}^{t_2} \text{Funktion 1 } \cdot e^{-j\cdot\omega\cdot t}\, dt + \int_{t_3}^{t_4} \text{Funktion 2 } \cdot e^{-j\cdot\omega\cdot t}\, dt + \int_{t_5}^{t_6} \text{Funktion 3 } \cdot e^{-j\cdot\omega\cdot t}\, dt
$$

- Setze Anfangswerte ein, soweit vorhanden. **Nicht** aber für t.
- Integriere und vereinfache die Gleichung.
- Wenn ein spezielles Reelles Amplitudenspektrum gefragt ist, trenne Real- und Imaginärteil und errechne mit $S(\omega) = \sqrt{(Re(\underline{S}(\omega))^2 + (Im(\underline{S}(\omega))^2}$, wobei zu beachten ist, dass der Imaginärteil einer komplexen Zahl all das ist, was mit j multipliziert wird, jedoch nicht j selber.

0.6 Allgemeines

0.6.1 Aufstellen von Funktionsgleichungen

Zum Aufstellen von Funktionsgleichungen aus Graphen betrachten wir folgende mögliche Verläufe von Funktionen.
Beachte: Setze für $f(t)$ entsprechend der Aufgabe $u(t)$, bzw. $g(t)$ ein.

Parallele zur t-Achse

$f(t)$ ist eine Konstante.

$$f(t) = k$$

Geraden

$$f(t) = m \cdot t + b$$

$$m = \frac{f(t_1) - f(t_2)}{t_1 - t_2}$$

$$b = \frac{f(t_2) \cdot t_1 - f(t_1) \cdot t_2}{t_2 - t_1}$$

Parabeln n-ter Ordnung

Die Ordnung n der Parabel wird im Aufgabentext oder in der Zeichnung explizit angegeben.

$$f(t) = m \cdot (t - a)^n + b$$

Scheitelpunkt der Parabel (a, b) als a und b einsetzen. Der Scheitelpunkt ist bei Parabeln mit Geradzahligem Exponenten der Hoch-, bzw. Tiefpunkt und mit ungeradzahligem Exponenten der Wendepunkt.

Weiteren Punkt der Parabel als (t, f(t)) einsetzen.

$$m = \frac{f(t) - b}{(t - a)^n}$$

Sinus

$$f(t) = A \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t + \varphi\right)$$

T ist die Schwingungsdauer, die ein vollständiger Sinuswellenzug benötigt. (**Beachte:** Dies muß **nicht** gleich der Schwingungsdauer des gegebenen Wellenzuges sein!
Die Phasenverschiebung φ ist ebenso wie die Schwingungsdauer aus dem Graphen abzulesen. A läßt sich evtl. aus dem Hochpunkt ablesen, sonst wie folgt aus zwei Funktionswerten errechnen:

$$A = \frac{f(t_1) - f(t_2)}{\sin\left(\frac{2\cdot\pi}{T} \cdot t_1 + \varphi\right) - \sin\left(\frac{2\cdot\pi}{T} \cdot t_2 + \varphi\right)}$$

Cosinus

$$f(t) = A \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi}{T} \cdot t + \varphi\right)$$

T ist die Schwingungsdauer, die ein vollständiger Sinuswellenzug benötigt. (**Beachte:** Dies muß **nicht** gleich der Schwingungsdauer des gegebenen Wellenzuges sein!
Die Phasenverschiebung φ ist ebenso wie die Schwingungsdauer aus dem Graphen abzulesen. A läßt sich evtl. aus dem Hochpunkt ablesen, sonst wie folgt aus zwei Funktionswerten errechnen:

$$A = \frac{f(t_1) - f(t_2)}{\cos\left(\frac{2\cdot\pi}{T} \cdot t_1 + \varphi\right) - \cos\left(\frac{2\cdot\pi}{T} \cdot t_2 + \varphi\right)}$$

0.6.2 Einheiten

Zeichen	Name	Faktor	Bsp.
T	Tera	10^{12}	$1\,TBit = 1 \cdot 10^{12}\,Bit$
G	Giga	10^{9}	$1\,GHz = 1 \cdot 10^{9}\,Hz$
M	Mega	10^{6}	$1\,MHz = 1 \cdot 10^{6}\,Hz$
k	Kilo	10^{3}	$1\,kHz = 1 \cdot 10^{3}\,Hz$
h	Hekto	10^{2}	$1\,hl = 1 \cdot 10^{2}\,l$
da	Deka	10^{1}	$1\,daN = 1 \cdot 10^{1}\,N$
d	Dezi	10^{-1}	$1\,dm = 1 \cdot 10^{-1}\,m$
c	Zenti	10^{-2}	$1\,cm = 1 \cdot 10^{-2}\,m$
m	Milli	10^{-3}	$1\,mV = 1 \cdot 10^{-3}\,V$
μ	Mikro	10^{-6}	$1\,\mu s = 1 \cdot 10^{-6}\,s$
n	Nano	10^{-9}	$1\,nF = 1 \cdot 10^{-9}\,F$
p	Pico	10^{-12}	$1\,pH = 1 \cdot 10^{-12}\,H$
f	Femto	10^{-15}	$1\,fm = 1 \cdot 10^{-15}\,m$
a	Atto	10^{-18}	$1\,ag = 1 \cdot 10^{-18}\,g$